

Dispensa sulla Congruenza degli Angoli

Prof. [Giorgio Angolotti]

Anno Scolastico 2024-25

1 Introduzione alla Congruenza degli Angoli

La congruenza degli angoli è un concetto fondamentale nella geometria. Due angoli sono detti congruenti se hanno la stessa ampiezza, indipendentemente dalla loro posizione nel piano. In altre parole, se possiamo "far coincidere" due angoli sovrapponendoli perfettamente, allora sono congruenti.

2 Definizione Formale

Due angoli $\angle ABC$ e $\angle DEF$ sono congruenti se:

$$\angle ABC = \angle DEF$$

Questa relazione significa che l'ampiezza di $\angle ABC$ è uguale a quella di $\angle DEF$.

3 Esempi di Angoli Congruenti

3.1 Esempio 1: Angoli Acuti Congruenti

Consideriamo due angoli acuti, uno di 30° e l'altro di 30° . Questi due angoli sono congruenti poiché la loro ampiezza è la stessa.

$$\angle ABC = 30^\circ, \quad \angle DEF = 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \angle ABC \cong \angle DEF$$

3.2 Esempio 2: Angoli Ottusi Congruenti

Anche angoli ottusi possono essere congruenti. Ad esempio, due angoli ottusi di 120° sono congruenti:

$$\angle XYZ = 120^\circ, \quad \angle PQR = 120^\circ \quad \Rightarrow \quad \angle XYZ \cong \angle PQR$$

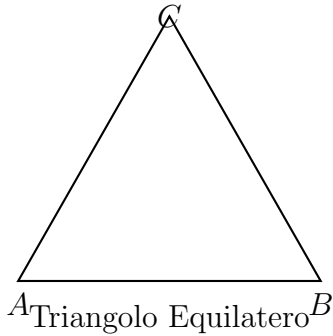
4 Proprietà della Congruenza degli Angoli

Le proprietà principali della congruenza degli angoli sono:

- **Riflessività:** Ogni angolo è congruente a se stesso. In simboli, $\angle ABC \cong \angle ABC$.
- **Simmetria:** Se $\angle ABC \cong \angle DEF$, allora anche $\angle DEF \cong \angle ABC$.
- **Transitività:** Se $\angle ABC \cong \angle DEF$ e $\angle DEF \cong \angle GHI$, allora $\angle ABC \cong \angle GHI$.

5 Congruenza degli Angoli in un Triangolo

Nel contesto di un triangolo, possiamo utilizzare la congruenza degli angoli per fare delle affermazioni importanti. Consideriamo un triangolo equilatero, dove tutti gli angoli sono congruenti tra loro.



In un triangolo equilatero, gli angoli interni sono tutti congruenti e misurano 60° . Per esempio:

$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

Questa è una proprietà fondamentale dei triangoli equilateri.

6 Esercizi di Congruenza degli Angoli

6.1 Esercizio 1: Congruenza di Angoli Acuti

Verifica se i seguenti angoli sono congruenti:

$$\angle ABC = 45^\circ, \quad \angle DEF = 45^\circ$$

Sono congruenti?

6.2 Esercizio 2: Triangoli Congruenti

Considera due triangoli, $\triangle ABC$ e $\triangle DEF$, con i seguenti angoli:

$$\angle A = 50^\circ, \quad \angle B = 60^\circ, \quad \angle C = 70^\circ$$

$$\angle D = 50^\circ, \quad \angle E = 60^\circ, \quad \angle F = 70^\circ$$

Sono questi triangoli congruenti?

7 Congruenza degli Angoli in Geometria Euclidea

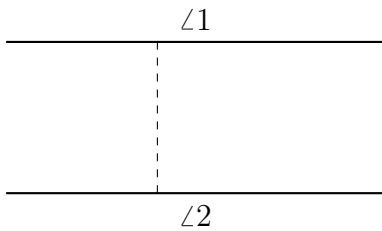
Nel contesto della geometria euclidea, la congruenza degli angoli viene utilizzata per risolvere problemi riguardanti figure piane, come triangoli, quadrilateri e poligoni.

7.1 Teorema di Congruenza degli Angoli Alternati Interni

Un esempio pratico di congruenza degli angoli si trova nel caso degli angoli alternati interni, che si formano quando due linee parallele vengono tagliate da una trasversale.

Se due linee sono parallele e una trasversale le interseca, gli angoli alternati interni sono congruenti. Ad esempio, se una trasversale interseca due linee parallele, gli angoli $\angle 1$ e $\angle 2$ sono congruenti:

$$\angle 1 \cong \angle 2$$



8 Conclusione

La congruenza degli angoli è un concetto fondamentale che viene applicato in molte aree della geometria. Comprendere le proprietà della congruenza, come la riflessività, la simmetria e la transitività, ci permette di risolvere numerosi problemi geometrici. Inoltre, l'utilizzo di grafici e esempi concreti aiuta a visualizzare e comprendere meglio questi concetti.